

Title	Radon-Nikodym ノ 定理ニ就テ, II
Author(s)	吉田, 耕作
Citation	全国紙上数学談話会. 218 p.328-p.330
Issue Date	1941-07-03
oaire:version	VoR
URL	<a href="https://doi.org/10.18910/74872">https://doi.org/10.18910/74872</a>
rights	
Note	

*Osaka University Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

## 942. Radon-Nikodym / 定理 = 就テ, II

吉田 耕作 (阪大)

### §3. Freudenthal / スペクトル 定理

Vector lattice (A) (§2) / 条件 (5) 7 エ  
ツト弱イ

(5)' (A) は  $\sigma$ -complete デア  $\forall$ 。

デ置キ換ヘテ  $\mathbb{R}$ -N 流 / 分解ガデキル。(但シ此 / 度ハ可  
附番個 / 階段要素列 / semi-order / 意味 / limit 表

ハサレル如キモノヲ 絶對連續ト呼ガコトニシテ)。之レガ  
F氏ノスペクトル定理ノ一般化ニナツテル譯デ、以下ノ  
*maximal method* = ヲル証明ハF氏ノヨリ大分  
ワカリ良クハナイカト思ヒマス。

**補助定理 I''**  $G \geq 0, G \geq \alpha E, \alpha > 0, E \in \mathcal{E}$   
ナラ任意ノ  $\beta, 0 < \beta < \alpha$ , = 對シテ

$$E_\beta = \sup_{n \geq 1} \left\{ n \left( \frac{G}{\beta} - 1 \right)^+ \wedge 1 \right\} \geq E$$

且ツ  $G \geq \beta E_\beta$ .

証明.  $G \geq \beta E_\beta$  ハ補助定理 I'', 簡單ノ  $\alpha = \alpha = 1$   
ノ場合  $= E_\beta \geq E$  ノ証明ニヨリ。  $0 < \delta < 1$  トスルニ  
 $G - (1 - \delta) = G - (1 - \delta)E - (1 - \delta)(1 - E) \geq \delta E - (1 - \delta)(1 - E)$ .  
又  $E \wedge (1 - E) = 0 = 0$

$$\begin{aligned} & \left\{ \delta E - (1 - \delta)(1 - E) \right\}^+ \\ &= \left\{ \delta E \vee (1 - \delta)(1 - E) \right\} - (1 - \delta)(1 - E) \\ &= \left\{ \delta E + (1 - \delta)(1 - E) \right\} - (1 - \delta)(1 - E) = \delta E. \end{aligned}$$

$$\exists \tau \tau \quad n \left\{ \frac{G}{1 - \delta} - 1 \right\}^+ \wedge 1 \geq \frac{n\delta}{1 - \delta} E \wedge 1 \geq n\delta E \wedge E = E$$

for  $n > \frac{1}{\delta}$ . 故ニ  $E_{1-\delta} \geq E$  以上.

**(A) ノ分解**  $F > 0$  トシ

$$E_\alpha = \sup_{n \geq 1} \left\{ n \left( \frac{F}{\alpha} - 1 \right)^+ \wedge 1 \right\},$$

$$\bar{F} = \sup_{\alpha > 0} (\alpha E_\alpha) \quad (\alpha \text{ ハ正ノ有理數全体ノ動ク})$$

ト置ク。証明スベキコトハ  $G = F - \bar{F} \geq 0$  ノ特異トコト  
 デアル。若シ  $G$  が特異デタイトラ、補助定理 1' =ヨリ  
 有理数  $\beta > 0$  ト  $E > 0$ ,  $E \in E$  が存在シテ  $G \geq \beta E$ .  
 補助定理 1' =ヨリ  $E_{\beta^{(1)}} \geq E$  for  $0 < \beta^{(1)} < \beta$ .  
 $F \geq \bar{F}$ ,  $\bar{F} \geq \beta^{(1)} E_{\beta^{(1)}}$  及ビ  $F - \bar{F} \geq \beta E = \exists$  1  
 $F \geq 2\beta^{(1)} E$ . 再ビ補助定理 1'' =ヨリ  $E_{2\beta^{(2)}} \geq E$   
 for  $0 < \beta^{(2)} < \beta^{(1)}$ .  $F \geq \bar{F}$ ,  $\bar{F} \geq 2\beta^{(2)} E_{2\beta^{(2)}}$   
 及ビ  $F - \bar{F} \geq \beta E$  カラ  $F \geq 3\beta^{(2)} E$ .

以下同様=シテ結局

$$0 < \bar{\beta} < \beta \text{ トラ } F \geq n \bar{\beta} E \quad (n=1, 2, \dots)$$

之レハ矛盾デアル。何者,  $E > 0$  カカラ

$$0 < \sup_{n \geq 1} (n \bar{\beta} E) \leq F, \quad 2 \sup_{n \geq 1} (n \bar{\beta} E) = \sup_{n \geq 1} (2n \bar{\beta} E)$$

$$= \sup_{n \geq 1} (n \bar{\beta} E) \text{ 7 得テ } 0 = \sup_{n \geq 1} (n \bar{\beta} E) \text{ デ+ケ}$$

レバトラヌカラ。

—— 以上 ——